



دانشگاه زنجان

دانشکده مهندسی

گروه برق

پایان نامه کارشناسی

گرایش: الکترونیک

عنوان: پیاده سازی سیستم های مخابراتی کوانتومی

استاد راهنما: دکتر محمد مصطفوی

نگارش: حسین آل حبیب

تاریخ دفاعیه: خرداد 96

سپاسگزاری:

در ابتدای این پایان نامه اول از همه باید از پدر و مادر عزیزم تشکر کنم که همیشه

الگوی بی بدیل اینجانب در زندگی بوده اند و با تمام وجود از بنده حمایت

کردند. امیدوارم که این پایان نامه بتواند بخشی از زحمات ایشان را در طول این

سال ها جبران نماید. همینطور از استاد راهنما خود بسیار تشکر ویژه میکنم که

علاوه بر اینکه برای اینجانب استاد راهنما علمی بودند بلکه با اخلاقیات خود مطالب

زیادی را از ایشان آموختم که هر کدام ارزش بسیار زیادی برایم دارد. همچنین از

برادرم عزیزم که همیشه مشوق بنده در تحصیل بوده و راه را برایم روشن نمود

کمال سپاسگزاری را دارم. از دوستان و همراهان از جمله مهندس علی زین الدینی

و مهندس امیرحسین عباسیان که در طی این یک و سال نیم تحقیق در موضوع

سیستم های کوانتومی کمک حالم بودند نیز تشکر ویژه میکنم و امیدوارم به درجات

رفیعی از علم و دانش و موفقیت کثیر دست یابند.

مقدمه:

با توجه به پیدایش و گسترش بسیار زیاد تکنولوژی در صنعت سیستم های مخابراتی در سالهای اخیر یکی از رشته های تحقیقی در این زمینه که برای اولین بار در دانشگاه MIT گسترش یافت سیستم های اپتیک-کوانتومی مخابراتی¹ بوده است. با ظهور مکانیک کوانتومی و اختراع لیزر رشد و پیشرفت در این زمینه روز به روز افزایش یافت.

با توجه به اینکه سیستم های مخابراتی کوانتومی مزیت های بسیاری نسبت به سیستم های مخابراتی کلاسیک دارند دانشمندان در تلاش هستند که بتوانند این نوع سیستم ها را از مطالعه تئوری به زمینه ی عملی تبدیل کنند هر چند که مشکلات زیادی در پیش روی آن ها وجود داشته است از جمله آن میتوان به مشکلات پیاده سازی گیرنده های کوانتومی با عملکرد مناسب اشاره کرد. تئوری اطلاعات کوانتومی نه تنها در زمینه سیستم های مخابراتی کوانتومی نقش به سزایی دارد بلکه در زمینه هایی همچون محاسبات کوانتومی رمزنگاری کوانتومی و خیلی از کاربردهای عملی دیگر نقش به سزایی داشته است.

با توجه به اینکه نظریه مکانیک کوانتومی یک نظریه اثبات شده و بسیار مهم در تاریخ علوم میبا شد محققانی که در زمینه مهندسی برق در حال تحقیق و پژوهش هستند بر این باورند که در آینده نزدیک دانشجویان که در زمینه علوم کامپیوتر و مهندسی برق باید با آن سروکار داشته باشند. یکی از دلایلی که بنده را ترغیب به نگارش پایان نامه در این زمینه کرد همین دلیل بود که این گرایش و رشته باید در آینده ای نزدیک وارد دنیای الکترونیک و مخابرات و کامپیوتر شود. به لطف خداوند

¹ Quantum optics communication systems

فهرست مطالب:

فصل اول: مروری کوتاه بر فضای هیلبرت

1.1 مقدمه 7

1.2 فضا های برداری 7

1.3 اپراتور های هرمیتی و واحد^۲ 9

1.4 ضرب تانسوری^۳ 9

1.5 پروژکتور ها^۴ در فضای برداری هیلبرت 10

6.1 تریس و تریس ناقص یک اپراتور^۵ 11

1.6 قضیه تجزیه طیفی^۶ (EID) 12

فصل دوم: سیستم های مخابراتی کوانتومی

2.1 سیستم های مخابراتی کلاسیک و کوانتومی 13

2.2 بررسی کلی سیستم های مخابراتی کوانتومی 14

2.3 سیستم های باینری کوانتومی و بهینه سازی 15

(2.5) قضیه اساسی هلو^۷ 17

² Hermitian and Unitary Operators

³ Tensor product

⁴ Projectors

⁵ Trace and partial Trace of an operator

⁶ Spectral Decomposition Theorem

⁷ Holevo's theorem

فصل اول: مروری کوتاه بر فضای هیلبرت

1.1 مقدمه:

با توجه به اینکه سیستم های مخابراتی کوانتومی در فضای جدیدی تعریف میشوند در نتیجه قبل از شروع به بررسی سیستم های کوانتومی باید با یک سری از قوانین ریاضی در یک فضای جدید آشنایی داشته باشیم. البته قابل ذکر است که مباحث ریاضیاتی مربوط به سیستم های مخابراتی خود میتواند یک پایان نامه مجزا باشد زیرا که مباحث بسیار پیچیده و طولانی میباشد. در این فصل فقط اشاره کوتاهی به خلاصه مباحث ریاضی میشود و برای مطالعه بیشتر میتواند به فهرست مراجع کتب معرفی شده [1][2][3][4][5][6][7] مراجعه کرده و مباحث را از این کتاب ها پیگیری کنید.

1.2 فضا های برداری:

فضای برداری به دسته ای از بردارها گفته میشود که روی اعداد مختلط تعریف میشود و دو عملگر در آن تعریف میشود. اولین عملگر ضرب برداری و دومین ضرب اسکالر میباشد. به صورت ریاضی میتوان نشان داد

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n) \quad x_i \in \mathbb{C} \quad (1)$$

فضای برداری پایه (B) یک زیر مجموعه ای از فضای برداری (V) است اگر بتواند آن فضای برداری را تولید کند و دارای شروط زیر باشد [1][2]

(1) تشکیل شده از بردارهای m مستقل خطی باشد. (2) طول B برابر با فضای

برداری باشد. $\text{Span}(B)=V$

(3) ابعاد فضای برداری (V) برابر با اندازه فضای برداری پایه (B) باشد. $\dim(V)=|B|$

ضرب داخلی در فضای برداری:

ضرب داخلی دور بردار a و b در فضای برداری فضای برداری با $\langle a, b \rangle$ نشان

داده میشود خواص های زیادی دارد اما در اینجا فقط به دو خاصیت مهم زیر اشاره

میکنیم:

$$(1) \text{تقارن هرmitی}^{15} \quad \langle a|b \rangle = \langle b|a \rangle^*$$

(2) خاصیت خطی نسبت به اولین مؤلفه ضرب:

$$(2) \quad \langle ca + db|e \rangle = c \langle a|e \rangle + d \langle b|e \rangle$$

فضای هیلبرت^{۱۶}:

فضای هیلبرت یک فضای برداری میباشد که بر دارای ساختاری از ضرب داخلی

است که اجازه میدهد طول و زاویه اندازه گیری شود و اندازه آن از طریق ضرب

نرده ای تعریف می شود. تمام مطالب مربوط به فضای هیلبرت در سیستم های

مخابراتی کوانتومی مورد استفاده قرار نمیگیرد بلکه مطالب مربوط به فضای

برداری ضرب داخلی برای تحلیل سیستم کافی میباشد. یک فضای هیلبرت H

یک فضای برداری است که دو بردار a و b متعامدند اگر $\langle a|b \rangle = 0$.

مانند هر فضای برداری دیگر برای فضای هیلبرت نیز یک فضای برداری پایه

تعریف میشود که همانطور که توضیح داده شد دارای 3 شرط میباشد [1]. فرض

کنید فضای هیلبرت H دارای فضای برداری پایه $B = \{b_i, i \in 0, 1, \dots, n\}$

باشد که خاصیت تعامد را دارا میباشد

$$(3) \quad \langle b_i|b_j \rangle = 0 \quad i \neq j \quad i, j \in \{0, 1, \dots, n\}$$

هر بردار در فضای هیلبرت به صورت زیر نوشته میشود

¹⁵ Hermitian symmetry

¹⁶ Hilbert space

$$x = \sum_{i=1}^n a_i b_i \quad (4)$$

1.3 اپراتور های هرمیتی و واحد^{۱۷}: [3]

در مکانیک کوانتومی از اپراتور های هرمیتی و واحد فراوان استفاده میشود. همانطور

که میدانیم به هر یک از اپراتور ها میتوان یک ماتریس مشخصه مربع مختلط

نسبت داد $O = [o_{ij}]$ آنگاه میتوان تعریف کرد که O یک اپراتور هرمیتی است

اگر $O = O^*$ ماتریس ترانهاده مزدوج O میباشد) و همینطور میتوان تعریف

کرد که یک ماتریس واحد میباشد اگر $OO^* = I$ که I ماتریس مشخصه فضای

هیلبرت میباشد. ماتریس واحد را با U نشان میدهند.

1.4 ضرب تانسوری^{۱۸}: [3][4]

ضرب تانسوری دو فضای برداری a و b یک فضای برداری جدید و بزرگتر تولید

میکند و با $a \otimes b$ نشان داده میشود. از ضرب تانسوری برای ادغام دو یا چند

سیستم کوانتومی استفاده میشود. ضرب تانسوری از ویژگی هایی برخوردار است که

تنها به دو مورد از آن اشاره میکنیم.

1) ابعاد فضای برداری جدید ایجاد شده برابر با حاصل ضرب ابعاد فضای های برداری

که در هم ضرب تانسوری شدند میباشد.

$$\dim(a \otimes b) = \dim(a) \cdot \dim(b) \quad (5)$$

2) همجنسیتی: اگر $|x\rangle$ یک بردار دلخواه از فضای بردار a و $|y\rangle$ یک بردار دلخواه از

فضای برداری b آنگاه خواهیم داشت:

$$a(|x\rangle + |y\rangle) = (a|x\rangle) \otimes |y\rangle = |x\rangle \otimes a(|y\rangle) \quad (6)$$

¹⁷ Hermitian and Unitary Operator

¹⁸ Tensor product

منابع:

1. Akhiezer, Naum Il'ich, and Izrail Markovich Glazman. *Theory of linear operators in Hilbert space*. Courier Corporation, 2013.
2. Luenberger, David G. *Optimization by vector space methods*. John Wiley & Sons, 1969.
3. Bohm, Arno, and Mark Loewe. *Quantum mechanics: foundations and applications*. Vol. 3. New York: Springer, 1986.
4. Guichardet, Alain. *Symmetric Hilbert Spaces and Related Topics: Infinitely Divisible Positive Definite Functions. Continuous Products and Tensor Products. Gaussian and Poissonian Stochastic Processes*. Vol. 261. Springer, 2006.
5. Simon, Barry, Barry Simon, Barry Simon, and Barry Simon. *Trace ideals and their applications*. Vol. 35. Cambridge: Cambridge University Press, 1979.
6. Moeglin, Colette, and Jean-Loup Waldspurger. *Spectral Decomposition and Eisenstein Series: A Paraphrase of the Scriptures*. Vol. 113. Cambridge University Press, 1995.
7. Marinescu, Dan C. *Classical and quantum information*. Academic Press, 2011.
8. Cariolaro, Gianfranco. *Quantum communications*. Springer, 2015.
9. Wheeler, John Archibald, and Wojciech Hubert Zurek, eds. *Quantum theory and measurement*. Princeton University Press, 2014.

10. Braginsky, Vladimir B., Vladimir Borisovich Braginskii, and Farid Ya Khalili. *Quantum measurement*. Cambridge University Press, 1995.

11. Shapiro, Jeffrey H., and Scott R. Shepard. "Quantum phase measurement: A system-theory perspective." *Physical Review A* 43, no. 7 (1991): 3795.

12. Imre, Sandor, and Laszlo Gyongyosi. *Advanced quantum communications: an engineering approach*. John Wiley & Sons, 2012.

13. Perelomov, Askold. *Generalized coherent states and their applications*. Springer Science & Business Media, 2012.

14. Arik, M., and D. D. Coon. "Hilbert spaces of analytic functions and generalized coherent states." *Journal of Mathematical Physics* 17, no. 4 (1976): 524-527.

15. Saleh, Bahaa EA, Malvin Carl Teich, and Bahaa E. Saleh. *Fundamentals of photonics*. Vol. 22. New York: Wiley, 1991.

16. Mandel, Leonard, and Emil Wolf. *Optical coherence and quantum optics*. Cambridge university press, 1995.

17. Forestieri, Enrico, ed. *Optical Communication Theory and Techniques*. Springer Science & Business Media, 2004.

18. Nielsen, Michael A., and Isaac Chuang. "Quantum computation and quantum information." (2002): 558-559.

19. Peres, Asher. *Quantum theory: concepts and methods*. Vol. 57. Springer Science & Business Media, 2006.

20. Gazeau, Jean-Pierre. *Coherent states in quantum physics*. Wiley, 2009.